

NARRAZIONE E MATEMATICA

CONSIDERAZIONI SULLA FORMAZIONE DEL PENSIERO MATEMATICO

di Anna Paola Longo e Giovanna Avataneo*

Se la matematica è il regno dell'astrazione, il vero dilemma nell'insegnamento e nell'apprendimento è il passaggio dall'esperienza al pensiero astratto. Come favorirlo? Nell'articolo gli autori analizzano diverse strategie didattiche sperimentate sul campo, ponendo l'accento sull'importanza del racconto come metodo per fissare l'esperienza e cogliere l'idea in essa contenuta. Un primo contributo relativo a situazioni di scuola elementare.

Nella didattica della matematica si è ormai affermata la convinzione che nella scuola elementare non si possa far apprendere ai bambini questa disciplina senza fare uso di materiale concreto.

Sembra però avere ragione Lucio Russo quando afferma che nonostante molte innovazioni didattiche i bambini non sono introdotti all'astrazione: si potrebbe dire che i «bastoncini» non diventano per loro «segmenti», parafrasando il titolo di un suo ben noto libro.

Al contrario dei maestri, la maggior parte degli insegnanti di scuola media e, a mio avviso, la totalità degli insegnanti di scuola superiore pensano di poter insegnare la matematica solo in modo formalizzato, senza ricorrere a modelli e strumenti concreti.

Queste considerazioni inducono a chiedersi se ci sia una differenza di natura tra la matematica del primo livello e la successiva e se le diverse posizioni didattiche dipendano da questo. Non credo che si possa rispondere affermativamente: la matematica ha sempre le stesse caratteristiche, mentre sul piano del metodo didattico le differenze tra i vari livelli di scuola ci sono ed è giusto che ci siano.

Dice con molta chiarezza Hermann Maier (1999): «Tutte le nozioni matematiche sono fondamentalmente ideali. [...] Certe nozioni matematiche possono essere rappresentate da oggetti, da modelli o da forme reali (come triangolo e cubo) e possono anche essere costruite mentalmente a partire da esperienze reali. Ma, fondamentalmente, i modelli restano distinti dalla nozione stessa, non solo a causa dell'astrazione propria alla nozione (passaggio dall'oggetto alla classe di oggetti) ma anche a causa dell'idealizzazione (passaggio dall'oggetto reale alla sua immagine ideale, mediante il passaggio intermedio del modello).»

*Insegnante della Scuola Elementare Regina Elena di Roma.



Come provocare l'astrazione?

Siccome gli oggetti matematici e le relazioni che li legano vivono solo sul piano astratto, l'affermazione di Russo contiene una dura verità: il pericolo che molti bambini i quali nella loro attività scolastica disegnano, ritagliano, corrono, discutono, tuttavia non imparino la matematica, e forse non solo per una loro carenza personale, ma anche per mancanza di mediazione didattica. D'altra parte, anche chiudendosi nel piano della formalizzazione i risultati didattici non sono migliori e quindi non mi sentirei di escludere la necessità di abbassare il livello della formalizzazione almeno nella scuola media, ricorrendo anche a giochi e costruzioni.

Il grosso dilemma che si pone dunque alla ricerca didattica, ma anche a ciascun insegnante nella sua classe, è come favorire il passaggio dall'esperienza al pensiero matematico, sempre che si sia ben convinti, come spero, di procedere sulla via (iniziata da tanti autorevoli ricercatori in didattica della matematica e condivisa da numerosi insegnanti) di permettere agli allievi di formarsi un pensiero proprio, evitando la ripetizione meccanica. Il punto su cui indagare, e quindi su cui soffermarsi a osservare comportamenti e risultati, è il passaggio dalle forme implicite o intuitive della conoscenza, alimentate da esperienze sia casuali che scolastiche, alla forma esplicita, necessariamente astratta ed espressa con il linguaggio formale.



Il contributo del linguaggio

In quest'ordine di idee appare fondamentale il contributo che può provenire dal linguaggio, secondo l'insegnamento di Lev Vjgotskij (1998). A proposito del linguaggio nell'insegnamento della matematica, esistono contributi molto interessanti nella ricerca didattica. Lo stesso Maier (1999) afferma che la lingua creata dai matematici per trasmettere il pensiero matematico indipendentemente da ogni influenza è molto formalizzata e perciò non adatta a essere usata durante le lezioni di matematica come base di comunicazione in classe. In perfetta sintonia con Maier, Bruno D'Amore (1999) osserva che «l'insegnamento è comunicazione e uno dei suoi scopi è di favorire l'apprendimento degli allievi; per prima cosa, allora, chi comunica deve far sì che il linguaggio utilizzato non sia esso stesso fonte di ostacoli alla comprensione».

L'immediata conseguenza di queste affermazioni è che «parlare di matematica» con gli allievi e tra allievi non può non partire dalla lingua comune per esaminare via via le azioni contenute nel fare matematica e le relazioni osservate. Durante il lavoro verrà gradualmente comunicato il linguaggio specifico, introducendo le questioni linguistiche relative alla possibilità di esprimersi in modo chiaro e univoco, e anche in modo conforme alle convenzioni in uso.

Su questa strada si risponde a più esigenze: sia a quella di apprendere

re, motivandolo, il linguaggio specifico della matematica, sia a quella di favorire l'introspezione e la riflessione sulle forme di pensiero che si stanno costruendo.

L'analisi del processo di apprendimento della matematica ha ormai messo bene in evidenza come l'interiorizzazione di azioni e l'osservazione di relazioni siano il fondamento della costruzione delle conoscenze matematiche. E questo paradigma si può ritenere valido «per ogni livello», a patto di sostituire ad azioni concrete altre azioni «mentali», per esempio la manipolazione di formule e la scelta di strumenti teorici.

La discussione in classe

Uno strumento di crescita della consapevolezza è senz'altro la discussione in classe, la cui utilità generale nell'insegnamento è stata illustrata da Clotilde Pontecorvo (1991). Molti esempi e precisazioni a questo riguardo sono dovuti alla ricerca didattica in matematica (si veda: M. Bartolini Bussi, 1995, citato in bibliografia).

Ma la discussione considerata come strumento di crescita del pensiero non risponde in modo pieno e totale alla questione del passaggio dall'esperienza all'idea matematica. È certo che anche in matematica la discussione sia uno strumento utilissimo per mettere in comune le conoscenze, per imparare a difendere un'idea e soprattutto a verificarla ed approfondirla, ma non è, a mio avviso, l'unico mediatore didattico di tipo linguistico. Lo affermo essenzialmente per alcuni motivi di seguito elencati. La discussione è significativa se ha per oggetto un'esperienza, perciò ogni allievo, per parteciparvi in modo pertinente, deve anzitutto cercare di fissare nella memoria i passi dell'esperienza e tentare di darsi spiegazioni proprie del fatto che si discute; rischierebbe altrimenti di confondersi o di intervenire a caso. Inoltre il bilancio ultimo deve necessariamente essere personale e richiede un ripensamento individuale. Infine, l'intervento dell'insegnante non può essere relegato a essere organizzatore della discussione, come se la conoscenza germogliasse spontaneamente dall'impatto diretto dei bambini con le cose.

La dimensione narrativa

La domanda iniziale si precisa dunque maggiormente: come è possibile fare in modo che ciascun allievo con i suoi tempi, la sua velocità o lentezza, con le sue preferenze e i suoi dati di temperamento o storia familiare e sociale, possa fare il cammino che conduce consapevolmente al pensiero astratto? E come è possibile all'insegnante verificare se sta avvenendo il processo di maturazione nella direzione desiderata?

Mi pare che la dimensione narrativa si inserisca necessariamente in queste problematiche, purché la narrazione non sia una pura e semplice



descrizione soggettiva di oggetti (reali o del pensiero), ma sia una descrizione di sé, un ripercorrere l'agire personale dentro un lavoro messo in opera per ricercare strumenti e per costruire risposte e procedure. Mi sembra dunque che il tentativo di raccontare costituisca una base importante per afferrare e fissare alcuni punti chiave di ciò che si è sperimentato e coglierne l'idea contenuta. Essa riporta decisamente l'insegnamento/apprendimento della matematica dal piano della memorizzazione di formule e procedure date al piano dell'azione creativa del soggetto che apprende.

Se un allievo racconta, deve ripercorrere mentalmente i passi fatti, sia a riguardo di un'esperienza collettiva che individuale. Può allora riuscire a rendersi conto dell'unitarietà del percorso fatto (da dove si parte e dove si arriva) e successivamente comprendere le connessioni tra i singoli passi e dunque le loro ragioni. È poi possibile convogliare l'esito del lavoro personale di rielaborazione dell'esperienza in altre forme di lavoro comune, come la discussione o come l'elaborazione di una sintesi finale comune che si avvalga dei contributi più significativi, vagliati dall'insegnante e dalla classe, in cui il sapere personale espresso da ciascuno è confrontato con il sapere degli altri e con quello istituzionale.

Se si chiede ai bambini di raccontare un'esperienza, si osserva sempre che ciascuno descrive inizialmente solo alcuni particolari (quelli che lo hanno più colpito) e difficilmente riesce a produrre un quadro completo, corredato magari anche da osservazioni. Infatti, per raccontare bisogna imparare a osservare, altrimenti si sottolineano solo impressioni e opinioni.

Il racconto scientifico: giudizio e oggettività

Raccontare bene un'esperienza scientifica significa riconoscerne l'inizio (talvolta casuale, talvolta dovuto a un intervento specifico) ed evidenziarne la conclusione, vagliare mentalmente i passi fatti distinguendo quelli costruttivi, cioè ben mirati allo scopo, da trattenere, e quelli che si sono dimostrati inefficaci, per tralasciarli o metterli in secondo piano. Raccontare non è dunque una capacità spontanea, ma è frutto di scelta e organizzazione di informazioni che richiede un continuo giudizio. Non basta la padronanza dell'espressione linguistica; l'efficacia del racconto dipende soprattutto dalla capacità di porsi di fronte all'oggettività del fatto, come sempre in campo scientifico.

Lavorando in questo modo si impara il punto di vista della matematica, che non è una procedura meccanica (nonostante questa sia la convinzione più comune sulla sua natura). L'oggettività dell'esperienza compiuta e dell'idea matematica che può emergere è in modo tacito affidata all'insegnante, il cui giudizio è carico di responsabilità: non può essere precoce, ma non può non esserci.

Le esperienze utili sono di tipo molto diverso: costruzioni, movimento, gio-



chi, ma anche la risoluzione sul quaderno di un problema può avere i caratteri dell'esperienza. A questo scopo occorre che l'insegnante eviti di ingabbiare i suoi allievi in procedure prestabilite, ma provochi e accetti le loro alternative personali, che spesso manifestano grande intelligenza e creatività se sono esaminate senza il pregiudizio che esista sempre un solo procedimento corretto.

Narrazione e correzione

Se il problema è concepito come un'esperienza, si può chiedere all'allievo, dopo che ha trovato il risultato, di concentrare l'attenzione sul procedimento seguito e di raccontare i suoi passi, esplicitando le ragioni delle scelte. Questo modo di lavorare, in particolare sui problemi, si è dimostrato molto efficace per la costruzione del significato e del metodo di lavoro e anche per la costruzione di piccoli passi di autocorrezione (si veda: P. Longo, G. Avataneo, 1998, citato in bibliografia). Intendo con questo termine che l'insegnante può intervenire sul compito, corredato del racconto dei pensieri, delle scelte, delle convinzioni, facendo notare incongruenze o chiedendo un'ulteriore spiegazione: senza dare la correzione, può chiedere invece all'allievo un ripensamento e un approfondimento. La correzione viene allora costruita in un dialogo che si instaura proprio grazie alla narrazione dell'allievo, nella quale egli mostra non solo l'esito, ma il processo, che è il punto più interessante e qualificante del «fare» matematica.



Qualche esempio

I bambini di una quinta elementare della scuola *Duca degli Abruzzi* di Torino, aiutati da un'esperta in recitazione, hanno trasformato il testo di alcuni problemi in un racconto contenente un dialogo diretto. Hanno poi drammatizzato la situazione recitando alcune scenette in cui veniva particolarmente curata l'espressione della voce e il senso della domanda.

Problema

Un cartolaio rivende 36 scatole di pennarelli a 7 500 lire la scatola. Se le aveva pagate complessivamente 162 000 lire, quanto ha guadagnato per ogni scatola?

Racconto

Cliente: «Buongiorno, sono un bidello della scuola Duca degli Abruzzi, mi hanno incaricato di venire a comprare 36 scatole di pennarelli, quanto mi vengono a costare l'una?»

Negoziante: «Una scatola viene a costare 7 500 lire.»

Cliente: «Bene, le compero tutte e 36»

Negoziante: «Io dal grossista avevo pagato tutte e 36 le scatole 162 000 lire, allora quanto avrò guadagnato per ogni scatola?»

È evidente che raccontare il testo in questa forma dialogata, e ben scritta nella lingua comune, permette di contestualizzare la situazione e renderla significativa. La rigidità del testo non è un obbligo matematico, ma solo un uso consolidato nel linguaggio scolastico.

La stessa insegnante, in quarta elementare, ha utilizzato l'attività motoria per favorire l'apprendimento della geometria: ha portato in palestra i bambini per riprendere alcune nozioni già note dall'anno precedente. I bambini hanno poi raccontato l'esperienza, arrivando a una sintesi comune concordata in classe.

«Questa mattina siamo scesi in palestra. Dopo aver eseguito alcuni esercizi per riscaldare la muscolatura, la maestra ci ha divisi in gruppi di 6 o di 8 e abbiamo giocato al "gioco dei legnetti". Ogni bambino rappresentava un legnetto e ogni gruppo, utilizzando i bambini-legnetti, formava sul pavimento le figure che la maestra man mano indicava: rettangoli, quadrati, eccetera. Ogni volta nascevano all'interno dei gruppi interessanti discussioni, perché dovevamo accordarci sul numero dei lati, sul tipo di angoli che essi formavano, eccetera. Ecco i risultati di queste discussioni. [...] È sorta una piccola discussione sintetizzabile nella domanda: cosa garantisce che due rette siano parallele? È stato necessario soffermarsi su questo quesito, peraltro già precedentemente affrontato, ma non in palestra e con modalità diversa»

Un lavoro analogo è stato svolto sul concetto di angolo. Anche in questo caso, la motricità ha favorito l'approfondimento e l'ampliamento di un argomento già affrontato nell'anno precedente con modalità diverse. In questo caso l'obiettivo specifico del lavoro riguardava proprio la narrazione successiva: i bambini, nel raccontare l'esperienza, dovevano passare dal linguaggio naturale al linguaggio matematico.

*«Giocando in palestra abbiamo scoperto che l'angolo è una parte del pavimento della palestra / **una parte di piano**, compresa tra i corpi stesi di Dario e di Andrea / **compresa tra due semirette, che si chiamano lati dell'angolo**, che partono dal punto in cui i piedi si toccano / **che hanno origine nello stesso punto**. L'angolo formato dai corpi stesi di Irene e Dario non è attraversato dall'allungamento dei loro corpi, cioè da Katrin e Anna / **è convesso e non contiene i prolungamenti dei lati**».*

Mi pare evidente la spinta verso l'idealizzazione di cui parla Maier: il linguaggio matematico è palesemente usato per riferirsi a un'immagine ideale di cui la situazione in palestra è un modello. ▽



INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

- P. Longo, G. Avateneo, *Errore, correzione, motivazione*, in *Matematica e affettività*, Pitagora, Bologna, 1998.
 P. Longo, *Dimmi come correggi e ti dirò se motivi*, in *Quadrangolo*, Ce.se.d., Milano, aprile 1999.
 M. Bartolini Bussi et alii, *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione in matematica*, Centro Documentazione educativa, Comune di Modena, 1995.
 B. D'Amore, *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora, Bologna, 1999.
 H. Maier, *Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi*, Pitagora, Bologna, 1999.
 C. Pontecorvo et alii, *Discutendo si impara*, Carocci, Roma, 1991.
 L. Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, Laterza, Bari, 1998.